GEOGEBRA COMO MEDIAÇÃO CONCEITUAL ENTRE MATRIZES E TRANSFORMAÇÕES LINEARES NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

GeoGebra as conceptual mediation between matrices and linear transformations in pre-service teacher education

Ananda de Jesus Fonseca Almeida[1], Artur Dionizio Silva Santos[2], Ronaldo de Almeida Barbosa[3]

1Universidade do Estado da Bahia, Departamento de Educação, Paulo Afonso, Bahia, Brasil.
2 Universidade do Estado da Bahia, Departamento de Educação, Paulo Afonso, Bahia, Brasil.
3 Universidade do Estado da Bahia, Departamento de Educação, Paulo Afonso, Bahia, Brasil.

Resumo

Introdução: Este artigo tem como objetivo analisar as contribuições do uso do software GeoGebra para a compreensão de transformações lineares na formação inicial de professores de Matemática, com ênfase na exploração de rotações no plano por meio do uso de controle deslizante. Metodologia: Quanto à metodologia, trata-se de uma pesquisa de natureza aplicada, com abordagem qualitativa, desenvolvida a partir de uma intervenção pedagógica realizada com licenciandos em Matemática. Os dados foram coletados por meio de questionários com questões abertas e de registros fotográficos das atividades desenvolvidas. Resultados: Os resultados indicam que a interação dinâmica proporcionada pelo GeoGebra favoreceu a percepção de propriedades invariantes das rotações, como a preservação de distâncias e ângulos, contribuiu para a interpretação das matrizes como operadores geométricos e estimulou a formulação de conjecturas relacionadas à periodicidade do movimento. Conclusão: Como conclusão, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e de aportes da Didática da Matemática sobre o uso de tecnologias digitais, evidenciou-se que o GeoGebra, aliado à mediação docente, constitui uma estratégia didática potente para a construção de significados conceituais no ensino de transformações lineares na formação inicial de professores.

Palavras-chave: GeoGebra; Transformações lineares; Formação de professores; Visualização matemática; Registros de representação.

Abstract

Introduction: This article aims to analyze the contributions of using GeoGebra software to the understanding of linear transformations in the initial training of mathematics teachers,

with an emphasis on the exploration of rotations in the plane through the use of a slider. **Methodology:** Regarding methodology, this is an applied research study with a qualitative approach, developed from a pedagogical intervention carried out with undergraduate mathematics students. Data were collected through questionnaires with open-ended questions and photographic records of the activities developed. **Results:** The results indicate that the dynamic interaction provided by GeoGebra favored the perception of invariant properties of rotations, such as the preservation of distances and angles, contributed to the interpretation of matrices as geometric operators, and stimulated the formulation of conjectures related to the periodicity of the movement. **Conclusion:** In conclusion, in light of the Theory of Semiotic Representation Registers and contributions from the Didactics of Mathematics regarding the use of digital technologies, it became evident that GeoGebra, combined with teacher mediation, constitutes a powerful didactic strategy for the construction of conceptual meanings in the teaching of linear transformations in initial teacher training.

Keywords: GeoGebra; Linear transformations; Teacher education; Mathematical visualization; Representation registers.

Recebido em: 05-02-2026 Publicado em: 25-11-2026

Autor correspondente
Ronaldo de Almeida Barbosa
Rua coronel Francisco Barros do Nascimento, nº 383, Centro, Floresta, Pernambuco, CEP 56402-063, Brasil.
E-mail: almeidaronaldo2904@gmail.com

1 Introdução

O ensino de Álgebra Linear, especialmente no que se refere ao estudo de matrizes e transformações lineares, apresenta dificuldades recorrentes na formação inicial de professores de Matemática. Embora esses conteúdos sejam tradicionalmente abordados por meio de definições formais, propriedades algébricas e manipulações simbólicas, pesquisas na área da Educação Matemática indicam que a predominância desse enfoque tende a dificultar a construção de significados conceituais pelos estudantes. Nesses contextos, as matrizes passam a ser compreendidas apenas como arranjos numéricos, dissociadas de suas interpretações geométricas e de seu papel como operadores que atuam sobre o plano ou o espaço.

Sob a perspectiva cognitiva, a aprendizagem matemática envolve a coordenação entre diferentes formas de representação. A Teoria dos Registros de Representação Semiótica[1] destaca que a compreensão de conceitos matemáticos depende da mobilização articulada de registros distintos[1], como o algébrico, o geométrico e o gráfico, e, sobretudo, da capacidade de realizar conversões entre esses registros. A dificuldade em estabelecer tais articulações é apontada como uma das principais causas dos obstáculos à aprendizagem em Matemática, especialmente em conteúdos de elevado grau de abstração, como os da Álgebra Linear.

Nesse sentido, a visualização matemática assume papel central no processo de ensino e aprendizagem, ao possibilitar a articulação entre registros e favorecer a compreensão de propriedades que, no tratamento exclusivamente algébrico, tendem a permanecer abstratas. Ambientes de geometria dinâmica, como o *software* GeoGebra, destacam-se por permitir a manipulação interativa de objetos matemáticos, promovendo práticas baseadas na exploração, na experimentação e na observação de regularidades. Recursos como controles deslizantes possibilitam a variação contínua de parâmetros, favorecendo a percepção de invariantes geométricos, como a preservação de distâncias e ângulos em rotações, aspectos fundamentais no estudo das transformações lineares[2].

Do ponto de vista da Didática da Matemática, a inserção de tecnologias digitais no ensino não pode ser compreendida como um simples suporte técnico. O uso de ferramentas computacionais reconfigura a própria atividade matemática, ao modificar a relação entre trabalho técnico e trabalho conceitual[3]. Nessa perspectiva, a tecnologia assume um papel epistemológico, exigindo uma mediação docente intencional que permita articular a exploração instrumental à construção dos conceitos matemáticos.

No contexto da formação inicial de professores de Matemática, o uso de ambientes dinâmicos adquire relevância ainda maior, uma vez que contribui não apenas para a compreensão conceitual dos conteúdos, mas também para o desenvolvimento de saberes didáticos relacionados à mediação pedagógica e à transposição do conhecimento matemático para a educação básica. Ao vivenciarem práticas pedagógicas apoiadas em tecnologias digitais, os licenciandos ampliam sua compreensão acerca do potencial dessas ferramentas como mediadoras cognitivas, superando perspectivas de uso meramente ilustrativo[4].

Diante desse cenário, este artigo tem como objetivo analisar as contribuições do uso do *software* GeoGebra para a compreensão de propriedades das transformações lineares na formação inicial de professores de Matemática, com ênfase na exploração de rotações no plano por meio do uso de controle deslizante[2]. Busca-se investigar de que forma a interação dinâmica favorece a percepção de invariantes geométricos, a interpretação das matrizes como operadores que atuam sobre o plano e a formulação de conjecturas relacionadas à periodicidade da rotação, contribuindo para uma aprendizagem mais visual, investigativa e conceitualmente significativa.

1.1 Transformações lineares no plano: GeoGebra e formação inicial de professores

O estudo das transformações lineares constitui um dos eixos centrais da Álgebra Linear e, tradicionalmente, é apresentado por meio de definições formais, propriedades algébricas e manipulação simbólica de matrizes. Embora essa abordagem seja matematicamente rigorosa, diversos estudos apontam que ela pode dificultar a compreensão conceitual dos estudantes, sobretudo quando as matrizes são tratadas apenas como arranjos numéricos, desvinculados de seus significados geométricos. Nesses casos, o conteúdo tende a ser percebido como excessivamente abstrato, comprometendo a construção de significados e a compreensão das

transformações como operadores que atuam sobre o plano[2,5].

Nesse contexto, o conceito de transformação linear dialoga diretamente com conteúdos trabalhados ao longo da Educação Básica, como o plano cartesiano e funções, no Ensino Fundamental, e o estudo de matrizes, no Ensino Médio, o que evidencia seu potencial de articulação vertical no currículo. Esses conteúdos podem ser explorados de maneira mais significativa com o apoio de ambientes de geometria dinâmica, como o GeoGebra[6], uma vez que esse recurso possibilita a visualização dos efeitos de uma transformação sobre imagens e figuras geométricas, tornando as aulas mais atrativas e dinâmicas e permitindo que o estudante compreenda o conteúdo de forma contextualizada e visual.

Formalmente, sejam V e W espaços vetoriais, uma aplicação $T: V \rightarrow W$ é denominada transformação linear se satisfaz as propriedades de aditividade e homogeneidade[7], isto é, $T(u+v) = T(u) + T(v)$ e $T(\alpha u) = \alpha T(u)$, para todo $u, v \epsilon V$ $e\ \forall \alpha \epsilon R$. Quando $V = W$, a transformação linear é denominada operador linear. Além disso, sendo T uma função, a cada vetor $v \in V$ associa-se um único vetor imagem $w \in W$, indicado por $w = T(v)$. Um exemplo clássico é a transformação $T: R^2 \rightarrow R^3$ definida por $T(x, y) = (3x, -2y, x - y)$, que ilustra a preservação da estrutura linear, ainda que a transformação ocorra entre espaços de dimensões distintas.

Entre as propriedades fundamentais das transformações lineares, destaca-se o fato de que toda transformação linear envia o vetor nulo na origem, ou seja, $T(0) = 0$, bem como a preservação de combinações lineares, expressa por $T(a_1v_1 + a_2v_2 + \cdots + a_nv_n) = a_1T(v_1) + a_2T(v_2) + \cdots + a_nT(v_n)$, para quaisquer vetores $v_1, v_2, \ldots, v_n \in V$ e $\forall a_1, a_2, \ldots, a_n \in R$. No caso das transformações lineares planas, isto é, aplicações de R^2em R^2, essas propriedades podem ser exploradas de forma particularmente rica por meio de suas interpretações geométricas[7].

As transformações lineares[7] no plano incluem, entre outras, as reflexões em torno dos eixos coordenados, a dilatação ou contração uniforme, o cisalhamento e a rotação. A reflexão em torno do eixo x é definida por $T(x, y) = (x, -y)$, sendo representada pela matriz: $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, enquanto a reflexão em torno do eixo y é dada por $T(x, y) = (-x, y)$, com matriz associada $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. A dilatação ou contração uniforme é descrita por $T(x, y) = \alpha(x, y)$, com $\alpha \in R$, cuja matriz é $\begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}$. Já o cisalhamento na direção do eixo x é definido por $T(x, y) = (x + \alpha y, y)$, com matriz $\begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

A rotação do plano em torno da origem, que faz cada ponto descrever um ângulo θ, é definida pela transformação linear $T_\theta = R^2 \rightarrow R^2$, dada por $T_\theta = (x, y) = (x.cos\theta - ysen\theta, x.sen\theta + y.cos\theta)$, cuja matriz canônica é $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$, para $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Essa matriz é conhecida como matriz de rotação e desempenha papel fundamental na compreensão geométrica das transformações lineares.

Do ponto de vista pedagógico, a compreensão das transformações lineares, de suas definições algébricas e de suas representações matriciais pode ser potencializada quando esses conteúdos são trabalhados com o apoio do *software* GeoGebra. Conforme enfatiza Reis[6], a articulação entre as representações algébrica e geométrica é essencial para reduzir o caráter abstrato desses conceitos e favorecer a construção de significados. Ambientes dinâmicos, como o GeoGebra,

possibilitam essa articulação ao permitir que o estudante visualize, em tempo real, os efeitos das matrizes associadas às transformações sobre pontos, vetores e figuras geométricas no plano cartesiano.

A utilização de recursos como controles deslizantes para variar parâmetros, como o fator de dilatação α ou o ângulo de rotação θ, favorece a exploração, a experimentação e a formulação de conjecturas. Essa perspectiva está alinhada à concepção de aprendizagem matemática baseada na experimentação, visualização e formulação de conjecturas[6].

1. Registros de representação e ambientes dinâmicos na Álgebra Linear

A compreensão de conceitos matemáticos, especialmente em áreas de elevado grau de abstração como a Álgebra Linear, depende de forma significativa das formas de representação mobilizadas no processo de ensino e aprendizagem[8]. Nesse sentido, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica[1] oferece um importante referencial teórico para compreender tanto as dificuldades enfrentadas pelos estudantes quanto as potencialidades de diferentes abordagens didáticas. A compreensão matemática requer a mobilização coordenada de diferentes registros de representação, tais como a linguagem natural, os símbolos algébricos, os gráficos, as tabelas e as figuras geométricas[1]. Essa diversidade de representações possibilita que o aluno identifique um mesmo objeto matemático sob formas distintas, favorecendo o desenvolvimento de maior flexibilidade cognitiva.

A aprendizagem matemática se fortalece quando o estudante tem a oportunidade de transitar entre diferentes registros, observando como um mesmo objeto matemático pode assumir configurações variadas[9]. Esse trânsito envolve duas operações cognitivas fundamentais: o tratamento, realizado no interior de um mesmo registro de representação, e a conversão, que corresponde à passagem de um registro para outro.

A atividade matemática mobiliza dois tipos de operações cognitivas: os tratamentos, essenciais para o desenvolvimento de habilidades operatórias e procedimentais, e as conversões, que desempenham papel central na compreensão conceitual, pois permitem que o sujeito reconheça um mesmo objeto matemático em registros distintos[1]. A dificuldade em realizar essas conversões é apontada como uma das principais causas dos obstáculos à aprendizagem em Matemática, especialmente quando o ensino privilegia um único registro.

A conversão é a operação mais importante para a compreensão conceitual, embora não ocorra de forma espontânea[1]. Conforme afirma o autor:

> *"Esta coordenação está longe de ser natural. E ela não parece poder realizar-se no quadro de um ensino, principalmente determinado por conteúdos conceituais. Pode-se observar, em todos os níveis de ensino, na grande maioria dos alunos, um isolamento de registros de representação. Estes não reconhecem o mesmo objeto nas representações que são dadas em sistemas semióticos diferentes: a expressão algébrica de uma relação e sua representação gráfica."*[1]

Essa constatação evidencia que, sem a mobilização intencional de estratégias pedagógicas que promovam a articulação entre registros, como o algébrico, o geométrico, o tabular e o gráfico, muitos estudantes tendem a tratar cada

representação de modo isolado, comprometendo a construção de significados matemáticos.

No ensino de Álgebra Linear, essas dificuldades tornam-se particularmente evidentes quando os conteúdos são apresentados predominantemente no registro algébrico ou matricial[8]. Conceitos como transformações lineares, operadores e matrizes, quando abordados apenas por meio de definições formais e manipulações simbólicas, tendem a ser percebidos como excessivamente abstratos, dificultando a atribuição de significados geométricos. A ausência de articulação com registros visuais compromete a compreensão das transformações como ações que atuam sobre o plano ou o espaço, reduzindo-as, muitas vezes, a procedimentos algorítmicos desprovidos de interpretação conceitual.

No âmbito da Didática da Matemática, a integração de tecnologias digitais ao ensino tem sido analisada a partir de seus impactos sobre a própria natureza da atividade matemática[10]. O uso de ferramentas computacionais não pode ser compreendido como um simples apoio técnico, uma vez que tais tecnologias reconfiguram as relações entre trabalho técnico e trabalho conceitual[3]. A aprendizagem matemática envolve uma dialética entre ação instrumental e conceptualização, é necessário reconhecer o valor epistêmico das técnicas mobilizadas em ambientes tecnológicos[3]. Essa perspectiva reforça a importância da mediação docente na organização das atividades, de modo que a exploração técnica contribua efetivamente para a construção dos conceitos matemáticos.

Nesse contexto, os ambientes de geometria dinâmica, como o GeoGebra, configuram-se como importantes mediadores no processo de aprendizagem, ao favorecerem a coordenação entre diferentes registros de representação. O GeoGebra possibilita que o estudante visualize simultaneamente a representação geométrica de uma transformação linear no plano e sua correspondente representação algébrica ou matricial, promovendo a conversão entre registros de forma dinâmica e imediata. Assim, uma matriz deixa de ser compreendida apenas como um conjunto de números e passa a ser interpretada como um operador que produz movimentos, deformações e preservações no plano cartesiano.

O GeoGebra possibilita a construção e a manipulação de objetos matemáticos preservando suas propriedades fundamentais, favorecendo a visualização de conceitos abstratos e estimulando a participação ativa dos estudantes[10]. O uso de ambientes dinâmicos potencializa abordagens investigativas, nas quais o aluno pode explorar parâmetros, observar invariantes e formular conjecturas, aproximando-se de práticas próprias do fazer matemático[10]. Nessa perspectiva, o GeoGebra não se limita a um recurso ilustrativo, mas configura-se como um mediador cognitivo que favorece a articulação entre diferentes registros de representação, desde que seu uso esteja associado a uma mediação docente intencional e a um planejamento pedagógico adequado[10].

Sob a perspectiva da formação inicial de professores de Matemática, a integração entre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e o uso de ambientes dinâmicos apresenta-se como particularmente relevante. Ao vivenciar práticas que articulam diferentes registros e promovem a conversão entre eles, os licenciandos desenvolvem não apenas o

domínio conceitual dos conteúdos de Álgebra Linear, mas também uma compreensão mais aprofundada dos processos cognitivos envolvidos na aprendizagem matemática. Isso os capacita a planejar e implementar estratégias didáticas que valorizem a visualização, a experimentação e a construção ativa do conhecimento, alinhando-se às demandas contemporâneas do ensino de Matemática.

2 Metodologia

Esta pesquisa foi desenvolvida com base em pressupostos metodológicos que classificam as investigações científicas quanto à natureza, aos objetivos, à abordagem do problema e aos procedimentos técnicos adotados[11]. A metodologia foi delineada de modo a assegurar coerência entre os objetivos propostos, o contexto investigado, os instrumentos de coleta de dados e os procedimentos de análise, considerando-se a formação inicial de professores de Matemática[11].

2.1 Classificação da pesquisa

Quanto à natureza, a pesquisa caracteriza-se como aplicada, uma vez que investiga uma situação concreta de ensino com vistas à produção de conhecimentos orientados à melhoria da prática pedagógica no ensino de Álgebra Linear, em especial no que se refere à compreensão de transformações lineares por meio do uso de ambientes dinâmicos.

No que diz respeito à abordagem do problema, trata-se de uma pesquisa qualitativa, pois busca compreender e interpretar as percepções, compreensões e reflexões dos licenciandos acerca do uso do *software* GeoGebra como recurso didático. A investigação não se restringe à quantificação de dados, priorizando a análise dos significados atribuídos pelos participantes à experiência vivenciada.

Quanto aos objetivos, a pesquisa é classificada como exploratória e descritiva. Exploratória, por investigar um fenômeno ainda pouco aprofundado no contexto específico da formação inicial de professores de Matemática; e descritiva, por buscar caracterizar as contribuições do uso do GeoGebra para a compreensão de conceitos relacionados às transformações lineares, a partir das manifestações dos participantes.

Em relação aos procedimentos técnicos, a pesquisa assume a forma de uma intervenção pedagógica, realizada em ambiente acadêmico, envolvendo o desenvolvimento de uma atividade didática com o uso do *software* GeoGebra, seguida da aplicação de um questionário como instrumento de coleta de dados.

2.2 Contexto da pesquisa e participantes

A pesquisa foi realizada com 16 licenciandos em Matemática, matriculados na disciplina de Álgebra Linear I, em uma instituição de ensino superior. A atividade foi desenvolvida em sala de aula, em momento previamente planejado, integrando o conteúdo curricular da disciplina ao uso de tecnologias digitais no processo de ensino e aprendizagem.

Os participantes tiveram contato com o *software* GeoGebra durante a atividade, explorando conceitos relacionados às rotações no plano, com ênfase na relação entre matrizes de rotação e transformações geométricas. A participação ocorreu de forma voluntária, respeitando-se os princípios éticos que regem a pesquisa em educação.

2.3 Descrição da intervenção pedagógica

A intervenção pedagógica consistiu na

realização de uma atividade exploratória utilizando o *software* GeoGebra, com foco na visualização de rotações no plano por meio do uso de um controle deslizante para a variação do ângulo de rotação. Inicialmente, foram apresentados aos licenciandos os objetivos da atividade, bem como os principais comandos do *software* necessários para a exploração proposta.

Durante a atividade, os participantes foram incentivados a observar o comportamento de pontos e figuras geométricas submetidos à rotação, analisando propriedades como a preservação de distâncias e ângulos, além da correspondência entre a matriz de rotação e a transformação geométrica observada no plano. A variação contínua do ângulo, de 0° a 360° (e além), possibilitou a exploração do movimento de forma dinâmica, favorecendo a formulação de conjecturas relacionadas à periodicidade da rotação.

A atividade foi conduzida sob uma perspectiva investigativa, com o professor atuando como mediador, estimulando questionamentos, discussões e reflexões coletivas ao longo do processo. A figura 1 ilustra o momento de exploração das rotações no plano por meio do *software* GeoGebra, evidenciando a interação dos licenciandos com o controle deslizante e a mediação docente durante a atividade.

[INSERIR FIGURA 1 AQUI — imagem



FIGURA 1 – Aplicação da atividade com o uso do GeoGebra em turma de licenciandos em Matemática.

Legenda: Exploração de transformações lineares por meio da manipulação dinâmica de triângulos no *software* GeoGebra, realizada com licenciandos em Matemática, possibilitando a visualização de propriedades invariantes, como preservação de distâncias e ângulos, e a interpretação das matrizes como operadores geométricos no plano. Fonte: autoria própria.

1. Instrumentos de coleta de dados

Como instrumentos de coleta de dados, foram utilizados: (a) um questionário composto por cinco questões abertas, elaborado com o objetivo de investigar as percepções dos licenciandos acerca da atividade

desenvolvida, contemplando aspectos relacionados à compreensão conceitual, à visualização, à formulação de conjecturas e às possibilidades de uso futuro do GeoGebra em sala de aula; e (b) registros fotográficos da aplicação da atividade, com a finalidade de documentar o ambiente de aprendizagem, a interação dos participantes com o *software* e o desenvolvimento da intervenção pedagógica.

2. Procedimentos de análise dos dados

Os dados obtidos por meio do questionário foram analisados segundo uma abordagem qualitativa, com foco na interpretação das percepções dos licenciandos acerca da atividade desenvolvida. Inicialmente, realizou-se a leitura integral das respostas e, em seguida, uma leitura comparativa, buscando identificar convergências e divergências relacionadas aos objetivos da pesquisa. Esse procedimento possibilitou compreender como os participantes interpretaram a utilização do GeoGebra na aprendizagem das transformações lineares, evidenciando aspectos relacionados à compreensão conceitual, à visualização geométrica e às potencialidades da ferramenta como recurso de apoio ao processo de ensino e aprendizagem.

A identificação dos padrões ocorreu a partir da recorrência de ideias, argumentos e percepções presentes nas respostas dos participantes. Foram agrupados em uma mesma categoria os relatos que apresentavam significados convergentes, originando categorias temáticas relacionadas à compreensão das transformações lineares, à interpretação das matrizes como operadores geométricos, à percepção da preservação das propriedades geométricas durante as rotações e às potencialidades pedagógicas do GeoGebra para o ensino de Álgebra Linear. Posteriormente, essas categorias foram interpretadas em diálogo com o referencial teórico, buscando compreender de que forma as evidências empíricas corroboravam ou ampliavam os resultados apresentados na literatura.

Os registros fotográficos foram utilizados como material complementar de análise, auxiliando na contextualização da intervenção pedagógica e na compreensão das dinâmicas de interação estabelecidas durante a atividade.

A pesquisa respeitou os princípios éticos aplicáveis às pesquisas em educação, garantindo o anonimato dos participantes e a utilização dos dados exclusivamente para fins acadêmicos e científicos.

3 Resultados

A análise das respostas ao questionário aplicado aos licenciandos evidenciou contribuições relevantes do uso do *software* GeoGebra para a compreensão das transformações lineares, em especial das rotações no plano. De modo geral, os participantes relataram que a visualização dinâmica proporcionada pelo controle deslizante favoreceu a compreensão do efeito da matriz de rotação sobre pontos e figuras geométricas, superando uma visão restrita das matrizes como simples arranjos numéricos.

Um aspecto recorrente nas respostas foi a percepção da preservação de distâncias e ângulos durante a rotação. Os licenciandos destacaram que a variação contínua do ângulo permitiu observar que, embora a figura mudasse de posição, suas propriedades métricas permaneciam inalteradas. Essa percepção é evidenciada na fala de um dos participantes, ao afirmar que *“com o controle deslizante podemos*

visualizar a rotação acontecendo e perceber que as distâncias e os ângulos não se alteram ao longo do movimento" (Licenciando A).

Outro resultado significativo refere-se à interpretação das matrizes como operadores geométricos. Diversos licenciandos relataram que a associação entre a matriz de rotação e o efeito visual observado no plano cartesiano possibilitou compreender as matrizes para além de procedimentos algorítmicos. Um dos participantes destacou que *"o uso do GeoGebra ajuda a entender que a matriz não é só um conjunto de números, mas algo que realmente transforma a figura no plano"* (Licenciando B).

A exploração do intervalo de 0° a 360° (e além) também estimulou a formulação de conjecturas relacionadas à periodicidade da rotação. A observação do retorno da figura à posição inicial após uma volta completa levou alguns licenciandos a refletirem sobre o caráter cíclico do movimento, como expresso na fala: *"quando o ângulo completa 360 graus, a figura volta para o lugar inicial, mostrando que a rotação é periódica"* (Licenciando C).

Além disso, os participantes reconheceram o potencial didático do GeoGebra para a futura atuação docente. Um dos licenciandos ressaltou que *"com o GeoGebra fica mais fácil explicar esses conteúdos para os alunos, porque eles conseguem ver o que está acontecendo, e não apenas fazer contas"* (Licenciando D). As respostas indicam que a experiência contribuiu não apenas para a aprendizagem do conteúdo de Álgebra Linear, mas também para a ampliação do repertório pedagógico dos futuros professores.

4 Discussão

Os resultados evidenciam que o uso do GeoGebra, associado a uma proposta didática investigativa e à mediação docente, favorece a construção de significados conceituais no estudo das transformações lineares[5]. Essa evidência está em consonância com a literatura, que destaca o potencial do GeoGebra para promover uma aprendizagem centrada no estudante, estimulando sua participação ativa na construção do conhecimento em oposição ao modelo tradicional centrado no professor[1,2]. As falas dos licenciandos revelam que a visualização dinâmica proporcionada pelo controle deslizante (*slider*) foi determinante para a percepção de propriedades invariantes das rotações, como a preservação de distâncias e ângulos, aspecto central para a compreensão do caráter isométrico dessa transformação. Além disso, a manipulação dinâmica dos *sliders* favoreceu a exploração de diferentes representações matemáticas, contribuindo para uma compreensão mais consistente das propriedades das transformações lineares, conforme descrito na literatura[5].

A possibilidade de observar simultaneamente o movimento geométrico da figura e a variação do parâmetro algébrico favoreceu a articulação entre diferentes registros de representação, resultado coerente com a literatura[1,5,2]. As evidências indicam que os licenciandos conseguiram relacionar o registro algébrico, representado pela matriz de rotação, ao registro geométrico, atribuindo significado ao algoritmo de cálculo e compreendendo a multiplicação de matrizes como uma transformação geométrica. Esse processo evidencia o potencial do GeoGebra para integrar representações algébricas e geométricas, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa da Álgebra Linear e

reduzindo a fragmentação entre diferentes formas de representação matemática[2].

A interpretação das matrizes como operadores geométricos[2] indica que o ambiente dinâmico do GeoGebra contribuiu para reduzir o caráter excessivamente abstrato desses objetos matemáticos. Esse aspecto dialoga diretamente com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica[1], ao evidenciar que a compreensão conceitual é fortalecida pela coordenação entre os registros algébrico, geométrico e abstrato, em vez da manipulação isolada de símbolos[2]. Na mesma direção, Havelková[5] verificou que as representações geométricas dinâmicas favoreceram a compreensão de operações algébricas e auxiliaram futuros professores a transitar entre diferentes registros de representação, reduzindo dificuldades decorrentes do elevado nível de abstração característico da Álgebra Linear.

Sob a perspectiva da Didática da Matemática, os resultados reforçam que o uso de tecnologias digitais pode reconfigurar a atividade matemática ao integrar trabalho técnico e conceitual[2], favorecendo uma aprendizagem mais ativa e investigativa[12]. No contexto analisado, o GeoGebra não atuou apenas como um recurso de ilustração, mas como um mediador cognitivo que possibilitou a experimentação, a formulação de conjecturas e a discussão coletiva, desde que associado a uma mediação docente intencional[2,9]. Resultados semelhantes foram descritos por Dahal et al.[12], que observaram que a exploração dinâmica das transformações geométricas favoreceu a visualização dos conceitos, estimulou a aprendizagem por descoberta e ampliou a participação dos estudantes durante as atividades, evidenciando que a tecnologia potencializa a construção do conhecimento quando integrada a propostas pedagógicas investigativas.

A formulação de conjecturas sobre a periodicidade da rotação, decorrente da exploração dinâmica do ângulo, evidencia um processo de aprendizagem baseado na identificação de regularidades e na construção de generalizações, características inerentes ao fazer matemático[2]. Essa constatação converge com pesquisas recentes, que apontam o GeoGebra como um ambiente propício à aprendizagem investigativa, no qual a visualização e a interação com objetos matemáticos favorecem a descoberta de conceitos e o fortalecimento da compreensão conceitual[4].

Além da aprendizagem dos conteúdos matemáticos, os resultados também apontam contribuições para a formação docente dos licenciandos. Essa percepção aproxima-se do estudo de Marange e Tatira[4], no qual professores de Matemática relataram que o uso do GeoGebra fortaleceu competências tecnológicas, pedagógicas e de conteúdo, além de ampliar a confiança para integrar tecnologias às aulas de Geometria. Embora desenvolvido em outro contexto, esse estudo reforça que o potencial do GeoGebra ultrapassa a compreensão conceitual, contribuindo também para o desenvolvimento profissional docente.

Em síntese, os resultados indicam que a integração entre visualização dinâmica, tecnologia digital e mediação pedagógica constitui um elemento central para a aprendizagem das transformações lineares e para a formação didática dos licenciandos[2]. Em conjunto, as evidências obtidas reforçam que o GeoGebra, quando utilizado de forma planejada e articulado a estratégias investigativas, contribui para a compreensão conceitual, favorece a

articulação entre diferentes registros de representação e amplia o repertório didático dos futuros professores, alinhando sua formação às demandas contemporâneas do ensino de Matemática[5].

5 Conclusões

Este estudo analisou as contribuições do uso do *software* GeoGebra para a compreensão de transformações lineares na formação inicial de professores de Matemática, com foco na exploração de rotações no plano por meio de controle deslizante. Os resultados indicam que a interação dinâmica favoreceu a percepção de invariantes geométricos, a interpretação das matrizes como operadores que atuam sobre o plano e a formulação de conjecturas relacionadas à periodicidade da rotação.

A atividade desenvolvida evidenciou que a visualização e a experimentação proporcionadas pelo GeoGebra contribuíram para superar uma abordagem meramente algébrica das matrizes, promovendo uma aprendizagem mais integrada e significativa. Além disso, a experiência possibilitou aos licenciandos refletirem sobre o uso pedagógico das tecnologias digitais, ampliando seu repertório didático para a futura atuação na educação básica.

Conclui-se que o GeoGebra, quando inserido em uma proposta didática intencional e mediada pelo professor, constitui um recurso potente para o ensino de transformações lineares na formação inicial de professores. Como limitações do estudo, destaca-se o número reduzido de participantes e o caráter pontual da intervenção. Nesse sentido, sugere-se a realização de pesquisas futuras que envolvam um número maior de turmas, diferentes tipos de transformações lineares e análises mais aprofundadas dos processos de aprendizagem ao longo do tempo.

6 Declaração de conflito de interesses

Os autores declaram não haver conflitos de interesses de natureza financeira, comercial, acadêmica ou pessoal relacionados à realização desta pesquisa, à coleta e análise dos dados, à elaboração do manuscrito ou à sua publicação. Além disso, afirmam que não receberam qualquer influência externa que pudesse comprometer a condução do estudo, a interpretação dos resultados, as conclusões apresentadas ou a independência científica da pesquisa.

7 Referências

1. 1. Duval R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Revista Eletrônica de Educação Matemática. 2009;4(2):14-36.
2. 2. Ziatdinov R, Valles JR Jr. Synthesis of modeling, visualization, and programming in GeoGebra as an effective approach for teaching and learning STEM topics. Mathematics. 2022;10(3):398. doi:10.3390/math10030398.
3. 3. Artigue M. Learning mathematics in a CAS environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. Int J Comput Math Learn. 2002;7(3):245-274.
4. 4. Marange IY, Tatira B. In-service mathematics teachers' perceptions of GeoGebra integrative training materials: The case of geometry teaching. Eurasia J Math Sci Tech

Ed. 2025;21(2):em2588. doi:10.29333/ejmste/15958.
5. 5. Havelková V. GeoGebra in teaching linear algebra. In: Ciussi M, Augier M, editors. Proceedings of the 12th European Conference on e-Learning (ECEL); 2013 Oct 30-31; Sophia Antipolis, France. Reading (UK): Academic Conferences and Publishing International; 2013. p. 581-589.
6. 6. Reis MAL. A utilização do GeoGebra no ensino das transformações lineares [dissertação]. Manaus (AM): Universidade Federal do Amazonas; 2020. 66 p. Disponível em: https://tede.ufam.edu.br/handle/tede/7998
7. 7. Steinbruch A, Winterle P. Geometria analítica. 2nd ed. São Paulo: Makron Books; 1987.
8. 8. Karrer M. Articulação entre Álgebra Linear e Geometria: um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica [tese]. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo; 2006.
9. 9. Thiele T, Kamphorst EM, Kamphorst CH. Teoria dos registros de representação semiótica aliada ao uso de TDICs no ensino de funções de segundo grau. Educação Matemática em Revista – RS. 2019;2(20).
10. 10. Almeida AJF, Barbosa RA, Pereira SFM. Tecnologias no ensino da geometria: explorando os quadriláteros com o GeoGebra. EMIP. 2024.
11. 11. Prodanov CC, Freire ES. Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2nd ed. Novo Hamburgo: Feevale; 2013.
12. 12. Dahal N, Pant BP, Shrestha IM, Manandhar NK. Use of GeoGebra in teaching and learning geometric transformation in school mathematics. Int J Interact Mob Technol. 2022;16(8):65-78. doi:10.3991/ijim.v16i08.29575.